Première S

Exercices probabilités - statistiques

1. Boules
2. Pièces de monnaie
3. Tennis
4. Première langue
5. Urnes
6. Cinéma
7. Football
8. Dés spéciaux
9. Une population active
10. Tir à l'arc
11. Etude de marché
12. Dés - 1
13. Dés - 2
14. Dés - 3
15. Dés - 4
16. Dés 5
17. Chemises
18. Graines
19. Sécu
20. Mots
21. Flêchettes
22. Billes
23. Urnes
24. Chemins
25. Bandit manchot
26. L'astragale de Cassiopée
27. La chauve-souris (inspiré du sketch de J.M. Bigard…)
28. Boîtes et boules
29. Lip ou Swatch ?
30. Malade or not malade ?
31. Avis, Hertz et les autres
32. Rhesus
33. Do you speak english ?
34. Au soleil
35. Statistiques - 1
36. Statistiques - 2
37. Statistiques - 3
38. L'écartement interpupillaire.
39. Les bébés
40. Radar
41. Etude d'un minimum

1. Boules

Une urne contient une boule blanche numérotée 1, deux boules rouges numérotées 1 et 2 et trois boules vertes numérotées 1, 2 et 3. Les boules sont indiscernables.

On extrait successivement deux boules de l'urne sans remise dans l'urne de la première boule tirée.

Trouver la probabilité de chacun des événements suivants :

A : les deux boules sont rouges.

B : les deux boules sont de couleurs différentes.

C : le tirage comporte au moins une boule rouge.

D : le tirage comporte exactement une boule verte.

E : le tirage comporte une boule verte et une boule numérotée 1.

F : le tirage comporte une boule rouge ou une boule numérotée 1.

2. Dés - 1

On lance deux dés cubiques équilibrés, dont les faces sont numérotées de 1 à 6.

1. Calculer la probabilité des événements suivants :

A : obtenir exactement un 1.

B : obtenir aucun 1.

C : obtenir au moins un 1.

D : obtenir au plus un 1.

E : obtenir deux nombres pairs.

F : obtenir une somme supérieure ou égale à 8.

2. Expliciter l'événement $E \times F$ et calculer sa probabilité.

3. Dés - 2

Un dé cubique parfaitement équilibré a trois faces marquées 1, une face marquée 10 et deux faces marquées 100.

On lance le dé une fois.

Déterminer la loi de probabilité correspondant à cette expérience., son espérance et sa variance.

4. Dés - 3

On joue avec un dé pipé à six faces numérotées de 1 à 6.

Soit A : "Il sort un nombre pair" et B : "Il sort un nombre impair", nous avons $p(A)=\frac{3}{4}p(B)$ (avec équiprobabilité entre les numéros pairs et également équiprobabilité entre les numéros impairs).

1. Calculer la probabilité d'obtenir 1, 2 ... 6.

2. Soit X la variable aléatoire "Numéro sorti". Calculer l'espérance mathématique de X.

5. Dés - 4

On lance au hasard un dé équilibré quatre fois de suite et on considère le nombre formé par les quatre numéros pris dans l'ordre de sortie.

Ω désigne l'ensemble des issues possibles.

Calculer les probabilités des évènements suivants :

A : " Le nombre est 4211 ".

B : " Le nombre est formé de quatre chiffres distincts ".

C : " Le nombre est formé d'au moins deux chiffres identiques ".

P : " Le nombre est pair ".

E : " Le nombre est impair et est formé de quatre chiffres distincts ".

F : " Le nombre est pair ou est formé d'au moins deux chiffres identiques " (on note I : " Le nombre est impair ").

6. Dés 5

On lance deux dés non truqués. X est la variable aléatoire égale au plus grand des deux numéros obtenus.

1. A l'aide d'un tableau à double entré déterminer toutes les possibilités et en déduire la loi de probabilité de la variable aléatoire X.

2. Calculer E(X), σ(X).

7. Chemises

On place au hasard trois chemises de couleurs bleue, blanche et rouge dans quatre tiroirs a, b, c et d .

1. Combien y-a-il de répartitions possibles ?

2. Calculer les probabilités des évènements suivants :

   A : " toutes les chemises sont dans le tiroir a ".

   M : " Toutes les chemises sont dans le même tiroir ".

   V : " Les tiroirs b et c sont vides ".

   V' : " Seuls les tiroirs b et c sont vides ".

3. V désigne la variable aléatoire qui à une répartition associe le nombre de tiroirs vides.

Quelle est la loi de probabilité de V ?

4. En moyenne, combien de tiroirs restent vides lors d'un grand nombre de rangements ?

8. Graines

Un paquet de graines de potiron contient 12 graines. Le pouvoir germinatif de chacune des graines est 0,8 (la probabilité qu'une graine mise en condition germe est de 0,8).

1. On sème 8 graines. Quelle est à 10^{-3} près la probabilité pour que :

a. 5 graines exactement germent ?

b. Au moins 7 graines germent ?

2. Quand une graine est germée, la probabilité pour que les limaces détruisent le jeune plan est 0,5.

a. Calculer la probabilité pour qu'une graine semée donne un plan bon à repiquer.

b. Combien devra-t-on semer de graines pour que la probabilité d'avoir au moins un plan bon à repiquer soit supérieure à 0,99 ?

9. Sécu

Une étude des fichiers de la Sécurité Sociale concernant une région, montre qu'en 1990, 17% des personnes de moins de 70 ans ainsi que 75% des personnes âgées de 70 ans ou plus ont été vaccinées contre la grippe. On sait que les personnes de 70 ans ou plus représentent 12% de la population de cette région.

1. a. On prend une personne au hasard. Quelle est la probabilité pour qu'elle soit vaccinée ?

b. On prend une personne vaccinée. Quelle est la probabilité pour que ce soit une personne de moins de 70 ans ?

2. On choisit 10 personnes de moins de 70 ans au hasard. Calculer la probabilité pour que trois d'entre elles exactement soient vaccinées.

10. Mots

On dispose de douze jetons indiscernables au toucher et portant les lettres de A à L. On place au hasard ces douze jetons sur une grille de 3 lignes de 4 cases.

1. a. Quelle est la probabilité de lire le mot "AIDE" sur la deuxième ligne ?

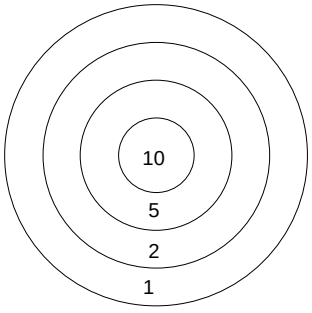
b. Quelle est la probabilité de lire à la fois le mot "BAC" dans la première colonne et le mot "AIDE" dans la deuxième ligne ?

2. Maintenant, pour remplir les cases de la première ligne, on tire un jeton parmi les douze, on écrit la lettre dans la première case, on remet le jeton et on recommence l'expérience pour chacune des 3 autres cases.

Soit X le nombre de A obtenus sur cette première ligne.

Déterminer la loi de probabilité de X et son espérance mathématique.

11. Flêchettes



Un joueur lance des fléchettes sur une cible circulaire formée de 4 régions marquées 1, 2, 5 et 10.

Nous admettons que la probabilité que le joueur atteigne la cible est de 0,6 et que la probabilité d'atteindre la région i est inversement proportionnelle à i.

1. Calculer la probabilité d'atteindre la région i pour $i=1, 2, 5, 10$.

2. Si le joueur atteint la région *i*, il marque *i* points et 0 point s'il n'atteint pas la cible.

Soit la variable aléatoire X "nombre de points marqués lors d'un lancer".

Calculer l'espérance mathématique de X.

3. Le joueur lance deux flèches de suite, les lancers étant indépendants. Soit Y la variable aléatoire " Somme des points marqués lors des deux lancers". Calculer l'espérance mathématique de Y.

4. Le joueur lance trois flèches de suite. Quelle est la probabilité qu'il marque au moins 25 points ?

12. Billes

Un jeu consiste à lancer une bille dans un circuit comportant 5 portes: A, B, C, D et E rapportant respectivement 1, 2, 3, 4 et 5 points.

Au départ la bille passe au hasard par A, B ou C. De A, elle va au hasard vers B, D ou E. De B, elle va vers D ou E. De C, elle va vers E. De D ou E, elle sort du circuit.

1. Faire un schéma du circuit, indiquant tous les trajets possibles.

2. Les choix de chacune des portes étant équiprobables, calculer la probabilité du trajet (A, B, D)

3. Calculer la probabilité de chacun des trajets.

4. Soit X la variable aléatoire "Nombre de points marqués lors du trajet". Donner la loi de probabilité de X et calculer son espérance mathématique.

13. Urnes

Une première urne renferme 8 boules vertes, une de ces boules porte le nombre 1, trois portent le nombre 2 et quatre le nombre 4.

Une deuxième urne renferme 6 boules rouges, une de ces boules porte le nombre 3, deux portent le nombre 5 et trois le nombre 6.

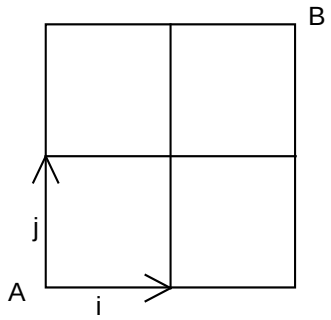
1. On extrait au hasard une boule de chaque urne. On note X le nombre porté par la boule verte et Y celui porté par la boule rouge.

Calculer la probabilité de A : "$X+Y \geq 8$".

2. On effectue dix fois ce tirage en replaçant dans les urnes les boules tirées avant chaque nouveau tirage. Soit Z la variable aléatoire qui prend pour valeur le nombre de fois où A est réalisé lors de ces 10 tirages.

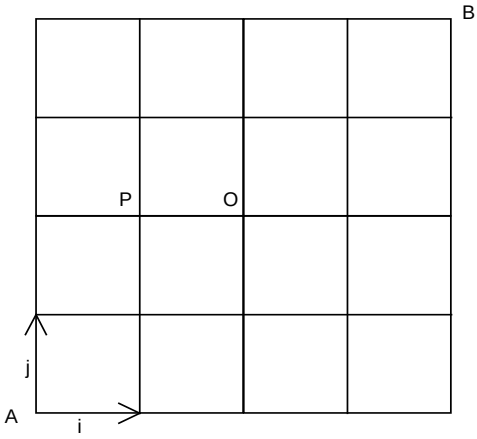
Calculer l'espérance mathématique de Z.

14. Chemins



1. Sur ce quadrillage 2×2, un chemin minimal de A vers B est la succession de 4 vecteurs $\vec{i}$ ou $\vec{j}$ dont la somme est $\overrightarrow{AB}$.

Combien y a-t-il de chemins minimaux différents de A vers B ?



2. Sur ce quadrillage 4×4, combien y a-t-il de chemins minimaux de A vers B ?

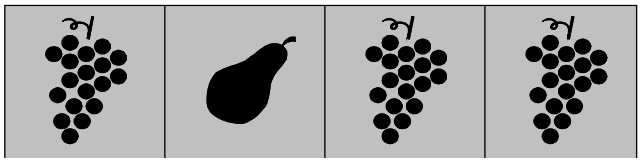
3. Quelle est la probabilité pour qu'un chemin minimal choisi au hasard

- passe par O centre du quadrillage
- passe par P (1, 2) ?

15. Bandit manchot

Dans une salle de jeux, un appareil comporte 4 roues, chacune portant à sa périphérie 8 images de fruits différents : Ananas, Bananes, Cerises, Dattes, Fraises, Groseilles, Poires, Raisins

Une mise de 1 € déclenche le fonctionnement de l'appareil pour une partie. Chacune des 4 roues affiche au hasard dans une fenêtre un de ces fruits.



On admettra que tous les événements élémentaires sont équiprobables.

1. Calculer la probabilité des événements suivants:

E : " On obtient 4 fruits identiques " ;

F : " On obtient 3 fruits identiques et trois seulement "

G : " On obtient 4 fruits distincts ".

2. Certains résultats permettent de gagner de l'argent:

50 € pour 4 fruits identiques ; 5 € pour 3 fruits identiques ; 1 € pour 4 fruits distincts ; 0 € pour les autres résultats.

Soit X la variable aléatoire qui à chaque résultat associe le gain indiqué. Calculer l'espérance mathématique de X.

16. L'astragale de Cassiopée

Les Grecs et les Romains utilisaient à la place des dés des osselets d'agneaux, appelés astragales.

Ces astragales pouvaient retomber sur une de leurs 4 faces numérotées 1, 2, 3, 4.

Des expériences statistiques ont permis d'établir que $p(1) = p(2)$; $p(3) = p(4)$ et $p(1) = 4p(3)$.

1. Calculer ces 4 probabilités élémentaires.

2. On jette un astragale 5 fois de suite. Calculer les probabilités d'obtenir:

– 3 fois exactement la face n°1 – 3 fois exactement la face n°3

– 3 fois exactement une même face – au moins une fois la face n°4

– uniquement les faces n°1 ou n°2

17. La chauve-souris (inspiré du sketch de J.M. Bigard…)

Une porte est munie d'un clavier portant les touches 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, A, B, C, D.

La porte s'ouvre lorsqu'on frappe dans l'ordre 3 chiffres et 2 lettres qui forment un code. Les chiffres sont distincts, les lettres peuvent être identiques. On suppose dans tout l'exercice que les manipulateurs connaissent le mode d'emploi du dispositif.

1. Quelle est la probabilité pour qu'une chauve-souris ouvre la porte au 1er essai si :

a. Elle ignore le code.

b. Elle se souvient seulement que les 3 chiffres du code sont pairs.

c. De plus, elle se souvient que les deux lettres sont identiques.

2. La porte est équipée d'un système d'alarme se déclenchant lorsqu'aucun des 3 chiffres tapés ne fait partie du code. Une chauve-souris ignorant le code tente de déclencher l'alarme.

a. Quelle est la probabilité pour qu'elle provoque l'alarme au premier essai.

b. Elle effectue 4 essais successifs et indépendants. Quelle est la probabilité pour qu'elle déclenche l'alarme au moins une fois au cours des 4 essais ?

18. Boîtes et boules

Une boîte contient 6 boules vertes et n boules blanches. Un jeu consiste à tirer simultanément deux boules de la boîte. Si les deux boules sont de même couleur, le joueur gagne 1 €, si elles sont de couleurs différentes, le joueur perd 1 €.

1. Nous supposons que $n = 3$. Calculer les probabilités d'obtenir :

– deux boules de même couleur ;

– deux boules de couleurs différentes.

2. Nous supposons n quelconque et supérieur ou égal à 2. On note X la variable aléatoire qui, à chaque tirage de deux boules, associe le gain algébrique du joueur.

– Exprimer en fonction de n les probabilités de A : " $X = 1$ " et B : " $X = -1$ ".

– Calculer l'espérance mathématique de X, notée $E(X)$.

– Pour quelles valeurs de n a-t-on $E(X)=0$? $E(X) < 0$?

19. Lip ou Swatch ?

Un usine d'horlogerie fabrique une série de montres. Certaines montres peuvent présenter un défaut x ou un défaut y.

Des études statistiques menées sur 10000 montres ont donné les renseignements suivants :

- 10% des montres présentent le défaut x ;

- parmi les montres présentant le défaut x, 12% présentent le défaut y ;

- parmi les montres ne présentant pas le défaut x, 5% présentent le défaut y.

1. Reproduire et compléter le tableau suivant:

Nombre de montres	Avec le défaut x	Sans le défaut x	Totaux
Avec le défaut y			
Sans le défaut y			
Totaux			10000

2. On choisit au hasard une des 10000 montres, chacune de ces montres ayant la même probabilité d'être choisie.

a. Déterminer la probabilité de l'événement A " la montre présente le défaut x".

b. Déterminer la probabilité de l'événement B " la montre présente le défaut y".

c. Définir par une phrase l'événement $A \cap B$. Calculer sa probabilité.

d. Calculer la probabilité d'obtenir une montre sans défaut.